

חשבון וקטוריות - עבודה 2

1. חשבו את $\nabla^2(1/r)$, $\nabla^2(r)$ ו- $\nabla^2(\ln(r))$. ($r = \|\vec{r}\|$). [בשיטה מיוחדת]

2. נתון השדה הוקטורי $\underline{E} = xz^2 \underline{i} + (x-y) \underline{j} + 3yz^2 \underline{k}$

א. חשבי את אינטגרל השטח של $\nabla \times \underline{E}$ על-פני עיגול היחידה במישור $x-y$.

ב. חשבי את אינטגרל השטח של $\nabla \times \underline{E}$ על-פני מעטפת חצי הכדור: $x^2+y^2+z^2=1; 0 \leq z$.

ג. האם זה מקרי שהתוצאות של א' ובי' שוות? העזרי במשפט סטוקס ובאינטגרל המסלול של

השדה \underline{E} לאורך המעגל: $x^2+y^2=1; z=0$.

3. נתון השדה הוקטורי: $\underline{A} = \frac{-y}{x^2+y^2} \underline{i} + \frac{x}{x^2+y^2} \underline{j} + e^z \underline{k}$

א. חשבי את הרוטור של \underline{A} .

ב. חשבי את אינטגרל המסלול של \underline{A} על-פני מעגל סביב הראשית ברדיוס R .

ג. האם תוצאות א' ובי' מהוות סתירה למשפט סטוקס?

4. נתון שדה מהירות של נוזל לא דחיס בצינור גלילי ברדיוס a : $\vec{v} = v_\phi(r) \hat{\phi} + v_z \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \hat{z} + v_r \hat{r}$

א. חשבו את $\text{div}(\vec{v})$ והסבירו מדוע בהכרח $v_r = 0$.

@ פרטל אור שדה המהירויות מתוך
 המשוואה $(\vec{\nabla} \times \vec{v})_z = 0$
 המשוואה $(\vec{\nabla} \times \vec{v})_z = 0$

5. הוכיחו במפורש כי מתקן: $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \psi) = 0$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \psi) = 0 \quad (א)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0 \quad (ב)$$