

מכון רקח לפיסיקה

בחינה בפיסיקה סטטיסטית – מועד א' תשס"ד – 77307

ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות. לכל שאלה משקל שווה. משך הבחינה: שלוש שעות. ניתן להשתמש בחומר עזר.

(1) מרכזי ספיחה:

על פני דופן של מיכל גז ישנו מרכז ספיחה בעל דרגת חופש ויברציונית (אוסילטור קוונטי). המרכז יכול להיות ריק, או מאוכלס במולקולות גז בודדה. בהעדר מולקולה ספוחה, תדירות האוסילטור הינה ω_0 . בנוכחות מולקולה ספוחה, משתנה תדירות האוסילטור ל- ω_1 . למעט שינוי זה בתדירות האוסילטור, אין למולקולה הספוחה כל השפעה נוספת על מרכז הספיחה.

א. חשבו את האיכלוס המולקולרי הממוצע של מרכז הספיחה, n , כפונקציה של הטמפרטורה T והפוטנציאל הכימי μ של מולקולות הגז. מה יהיה איכלוס המרכז בגבול של טמפרטורה אפס?

ב. חשבו את האנרגיה הפנימית U של מרכז הספיחה. הביעו את תוצאתכם באמצעות הטמפרטורה T והאיכלוס הממוצע n שמצאתם בסעיף א'. הסבירו את תוצאתכם. כיצד מתנהגת האנרגיה הפנימית

$$U \text{ בגבול של טמפרטורת גבוהות, } \hbar\omega_0, \hbar\omega_1 \ll k_B T ?$$

(2) יינון של אטום:

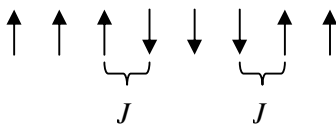
א. חשבו את הפוטנציאל הכימי μ עבור גז אידיאלי קלאסי של חלקיקים בעלי מסה m , הנתון בטמפרטורה T ולחץ P .

ב. אטום נמצא בתוך גז אידיאלי קלאסי של אלקטרונים, הנתון בטמפרטורה T ולחץ P . האטום יכול להיות באחת משתי קונפיגורציות: ניטראלי או מיון (כלומר, עם אלקטרון אחד פחות). אנרגיית האטום המיון גבוהה ב- ε_0 ומזו של האטום הניטראלי. חשבו את הסיכוי למציאת אטום מיון כפונקציה של T ו- P .

שימו לב: אנו מתחשבים רק במצבי היסוד של האטום הניטראלי והמיון, ומניחים כי מצבים אלו אינם מנוונים.

(3) שרשרת ספינים (מודל Ising החד-ממדי):

נתונה שרשרת לינארית של N ספינורים בעלי ספין חצי, היכולים להמצא כל אחד באחד משני מצבים: $S_z = 1/2$ (Up) ו- $S_z = -1/2$ (Down). אנרגיית המערכת נקבעת על ידי האינטראקציה של ספינים שכנים לאורך השרשרת. אנרגיית האינטראקציה של שני ספינים שכנים מקבילים הינה



אפס, בעוד אנרגיית האינטראקציה של ספינים שכנים הפוכים הינה J (ראו ציור). לפיכך, אנרגיית השרשרת הינה $E = Jn$, כאשר n הוא מספר היפוכי הספין לאורך השרשרת.
 א. חשבו את האנטרופיה $S(n, N)$ של שרשרת בעלת n היפוכי ספין, בהינתן $1 \ll n, N - n$. מהי האנרגיה החופשית $F(T, n, N)$ של המערכת בטמפרטורה T ?
 ב. חשבו את המספר הממוצע n של היפוכי הספין בשרשרת ואת האנרגיה הפנימית U כפונקציה של הטמפרטורה T , האנטראקציה J ומספר הספינים N . מהי האנרגיה הפנימית בטמפרטורה אפס? הסבירו. הבחינו בדיונכם בין $0 < J$ ל- $J < 0$.

(4) תהליך אדיאבטי בגז אידיאלי קוונטי:

צפיפות המצבים החד-חלקיקית של גז אידיאלי חופשי הינה $g(\epsilon) = \theta(\epsilon)VA\sqrt{\epsilon}$, כאשר V הוא נפח הגז ו- A הוא קבוע התלוי במסת החלקיקים ובגודל הספין שלהם.
 א. הראו כי האנטרופיה פר חלקיק, S/N , הינה פונקציה בלבדית של המנה $\mu/k_B T$, הן עבור גז אידיאלי של פרמיונים חופשיים והן עבור גז אידיאלי של בוזונים חופשיים (אין צורך לחשב מפורשות את הפונקציה האמורה).

רמז: הביעו את האנטרופיה כפונקציה של V, T ו- μ .

ב. בהסתמך על סעיף א', הראו כי בתהליך אדיאבטי בו S ו- N נותרים קבועים מתקיים $VT^{3/2} = Const$, הן עבור גז אידיאלי של פרמיונים חופשיים והן עבור גז אידיאלי של בוזונים חופשיים.

ג. כיצד תשתנה התוצאה האחרונה עבור גז אידיאלי אולטרא-יחסותי, עבורו $g(\epsilon) = \theta(\epsilon)VB\epsilon^2$?

קהלחנה!!!