

## מכון רקח לפיסיקה

בחינה בפיסיקה סטטיסטית – מועד א' תשס"ג – 77307

ענו על שלוש מתוך ארבע השאלות הבאות. לכל שאלה משקל שווה. משך הבחינה: שלוש שעות. אין להשתמש בחומר עזר.

(1) על פני משטח ישנם  $N_0$  מרכזי ספיחה בלתי תלויים. כל מרכז ספיחה יכול להיות או ללא כל מולקולה ספוחה (אנרגיה אפס), או עם מולקולה יחידה ספוחה. בנוכחות מולקולה ספוחה, המרכז מתפקד כאוסילטור הרמוני ממוקם, קרי המולקולה יכולה להיות באחד ממצבי האנרגיה  $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

א. חשבו את מספר המולקולות הספוחות,  $N$ , כפונקציה של הטמפרטורה  $T$  והפוטנציאל הכימי  $\mu$  של המולקולות.

ב. חשבו את האנרגיה הפנימית  $U$  של מרכזי הספיחה, ואת האנרגיה הממוצעת למולקולה ספוחה,  $\bar{E} = U/N$ . השוו את תוצאתכם עם האנרגיה הפנימית של אוסילטור הרמוני בעל תדירות  $\omega$ .

(2) א. גז אידיאלי של  $N$  מולקולות חופשיות בעלות מסה  $m$  נמצא במיכל תלת-מימדי בעל נפח  $V$  וטמפרטורה  $T$ . קבלו את הפוטנציאל הכימי  $\mu$  של הגז כפונקציה של  $V, N$  ו-  $\lambda_T = h/\sqrt{2\pi mk_B T}$ , במסגרת הפיסיקה הסטטיסטית הקלאסית. התיחסו בחישובכם אל המולקולות כאל חלקיקים זהים.

ב. עבור גז דו-מימדי בשטח  $A$ , חזרו וקבלו את  $\mu$  כפונקציה של  $A, N$  ו-  $\lambda_T$ .

ג. מכניסים את הגז הנ"ל למיכל בעל נפח  $V$  ושטח פנים  $A$ , בו יכולות המולקולות לנוע או כחלקיקים חופשיים בכלל נפח המיכל, או להיות ספוחים לפני השטח, שם תנועתן מוגבלת לשני מימדים. קבלו את מספר המולקולות הספוחות לפני המשטח כפונקציה של  $V, A, N$  ו-  $\lambda_T$ .

(3) א. גז אידיאלי של  $N$  בוזונים זהים נתון בנפח  $V$ . הביעו את הטמפרטורה הקריטית להתעבות Bose-Einstein,  $T_C$ , באמצעות  $N$  ו-  $V$ , אם נתון כי צפיפות המצבים החד-חלקיקית של הגז הנה מהצורה

$$g(\varepsilon) = VA\varepsilon^2\theta(\varepsilon), \text{ כאשר } A \text{ קבוע חיובי. השתמשו בחישוביכם בזהות } \int_0^\infty \frac{x^{n-1}}{e^x - 1} dx = \Gamma(n)\zeta(n)$$

התקפה לכל  $n > 1$  לאו דוקא שלם.

ב. עבור  $T < T_C$ , קבלו את האנרגיה הפנימית, קיבול החום, האנטרופיה, והלחץ של הגז כפונקציה של  $T$  ו-  $V$ .

4) נתון גז אידיאלי דו-מימדי של  $N$  פרמיונים זהים חופשיים בעלי ספין חצי. צפיפות המצבים של הגז

$$g(\varepsilon) = C\theta(\varepsilon) \text{ קבועה ושווה ל-}$$

א. חשבו את אנרגיית פרמי של הגז  $E_F$ .

ב. חשבו את הפוטנציאל הכימי של הגז כפונקציה של  $N$  ו- $T$ . הביעו את תוצאתכם באמצעות  $E_F$ .

ג. בנוכחות שדה מגנטי  $H$ , ובהזנחת הצימוד לתנועה האורביטלית, רמות האנרגיה החד-חלקיקיות

מתפצלות על פי מצב הספין:  $\varepsilon_{\bar{k}s} = \varepsilon_{\bar{k}} - s\mu_B g_L H$ , כאשר  $s = \pm 1/2$ . הראו כי הסוספטביליות

$$\chi = \frac{1}{4} (\mu_B g_L)^2 \int_{-\infty}^{\infty} g'(\varepsilon) n_{FD}(\varepsilon) d\varepsilon \text{ ניתנת על ידי}$$

כאשר  $n_{FD}(\varepsilon)$  היא התפלגות פרמי-דיראק. השתמשו בביטוי זה ובתוצאת סעיף ב' וקבלו מפורשות

את  $\chi$  כפונקציה של  $N$  ו- $T$ . דונו בגבולות  $T = 0$  ו-  $k_B T \gg E_F$ .

בהצלחה!!!